N° d'enregistrement
au C.N.R.S.
A.O. 6691

Article principal
recouvrant en tout

la THESE présentée
pour l'obtention
du titre de **DOCTEUR INGENIEUR**

.....

à L'UNIVERSITE DE PARIS VI

par M **PARVIZ DAVARPANAH**

Sujet de la thése : .....
Transmission des efforts dans un croisement de tubes (assemblage tubulaire)

soutenue le : 23 AVRIL 1971
devant la Commission d'examen composée de :

— M SIESTRUNCK Président
— M VICHNIEVSKY examinateur
— M SFINTESCO
— M BROZZETTI invite'

N° d'enregistrement
au C.N.R.S.

Article principal
recouvrant en tout

la THESE présentée
pour l'obtention
du titre de DOCTEUR INGENIEUR

.....

à L'UNIVERSITE DE PARIS VI

par M **PARVIZ DAVARPANAH**

Sujet de la thése : .....
Transmission des efforts dans un croisement de tubes (assemblage tubulaire)

soutenue le : 23 AVRIL 1971

devant la Commission d'examen composée de :

- **M SIESTRUNCK** **Président**
- **M VICHNIEVSKY** **examinateur**
- **M SFINTESCO**
- **M BROZZETTI** **invite'**

TRANSMISSION DES EFFORTS DANS UN CROISEMENT DE TUBES

par P. DAVARPANAH

1. — INTRODUCTION

Le profil tubulaire, malgré un prix de fabrication plus élevé au poids unitaire que celui des profils traditionnels, a toujours été considéré comme un élément intéressant dans la construction des charpentes; ses avantages sont : une bonne répartition du métal pour la compression et le flambement, son aspect, sa légèreté, l'économie de peinture et d'entretien, etc.

Il est aujourd'hui utilisé couramment dans les charpentes, les toitures de grande surface plane ou courbe, les passerelles, les pylônes et même dans les plates-formes de forage en mer.

La construction tubulaire semblant être appelée à un développement croissant dans le domaine de la charpente métallique, il paraît indispensable de codifier d'une part les conditions de calcul de ce type très particulier de construction, et d'autre part les procédés d'assemblage qui diffèrent radicalement de ceux utilisés dans la charpente traditionnelle.

Il convient de rappeler qu'en 1964, le Comité International pour le Développement et l'Étude de la Construction Tubulaire (C.I.D.E.C.T.) a été créé, en ayant pour but de permettre une action concertée des divers programmes de recherche et d'assurer les échanges des résultats de ces recherches entre les divers pays membres.

Le problème de la transmission des efforts dans les croisements de tubes est un problème qu'on rencontre dans les poutres à treillis double, dans les contreventements entre poteaux et dans certaines constructions tridirectionnelles. Dans cet article, on étudie le cas de deux barres de même section, auxquelles sont appliqués simultanément des efforts égaux de traction et de compression.

Les essais d'assemblages tubulaires que nous avons effectués comportent deux séries de quatre assemblages, l'une avec des tubes de 76,1 mm de diamètre et de 3,25 mm d'épaisseur, avec des angles de 30°, 45°, 60°, 90° et l'autre avec des tubes de 133 mm de diamètre et de 4 mm d'épaisseur pour les mêmes angles (fig. 1).

P. Davarpanah — Ingénieur du Génie civil (Iran), Ingénieur stagiaire au service Recherches du C.T.I.C.M.

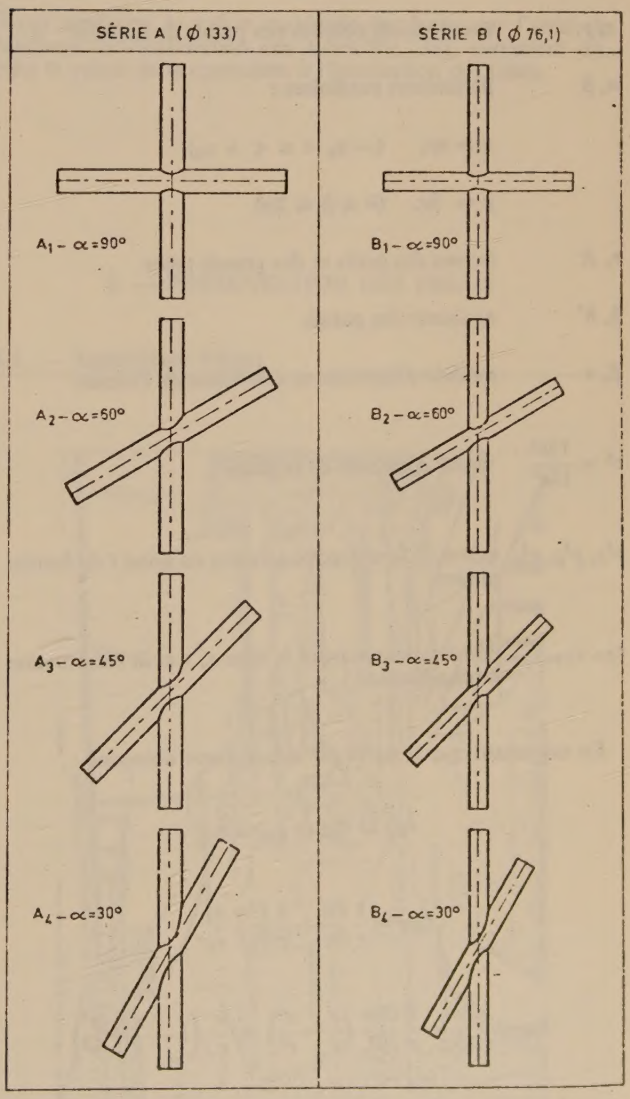


Fig. 1 — Dénomination des éprouvettes d'essai

Ces essais doivent permettre de suivre le comportement de l'assemblage sous charges croissantes jusqu'à l'apparition des premières déformations plastiques, puis l'évolution de la plastification jusqu'à l'état de ruine complète, cette dernière pouvant se manifester soit par rupture d'un cordon de soudure en traction, soit par apparition d'une rotule plastique par l'instabilité de la barre comprimée. Par ces essais on pourra également déterminer le rapport entre la charge d'affaissement de l'assemblage et la charge du tube isolé. On étudiera par la suite l'évolution des contraintes réellement présentes le long des génératrices, et à l'intersection des tubes sous les charges croissantes jusqu'à la limite élastique et la rupture.

Les différents types de maquette utilisés pour cette recherche ont permis d'étudier le comportement de deux catégories de tubes : tubes soudés et tubes sans soudure

2. — ASPECT THÉORIQUE

Sur la figure 2*a* on a :

u, v, w représentent les déplacements en direction des axes x, y, z

x, y, z coordonnées polaires des points de la paroi

α, β paramètres auxiliaires :

$x = \alpha r, \quad (-\alpha_0 < \alpha < +\alpha_0)$

$y = \beta r, \quad (0 \leqslant \beta \leqslant 2\pi)$

r, R rayons des petits et des grands tubes

h, h' épaisseur des parois

E, ν module d'élasticité et coefficient de Poisson

$c^2 = \dfrac{12h^2}{12r^2}$ valeur constante de la paroi

p^i_x, p^i_y, p^i_z valeur de la charge concentrée au point i du feuillet moyen.

e_{xx}, e_{yy}, e_{xy} déformations suivant le sens x, y et la déformation de cisaillement

En supposant que la paroi est mince, nous obtenons :

$$e_{\alpha z} = e_{\beta z} = e_{zz} = 0$$

$$e_{\alpha\alpha} = \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \alpha} - \frac{1}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}\frac{z}{r}$$

$$e_{\beta\beta} = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \beta} - \frac{1}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2}\left(\frac{z}{r} - \frac{z^2}{r^2}\right) + \frac{w}{r}\left(1 - \frac{z}{r} + \frac{z^2}{r^2}\right)$$

$$e_{\alpha\beta} = \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \beta}\left(1 - \frac{z}{r} + \frac{z^2}{r^2}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \alpha}\left(1 + \frac{z}{r}\right) - \frac{1}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha\, \partial \beta}\left(2\frac{z}{r} - \frac{z^2}{r^2}\right)$$

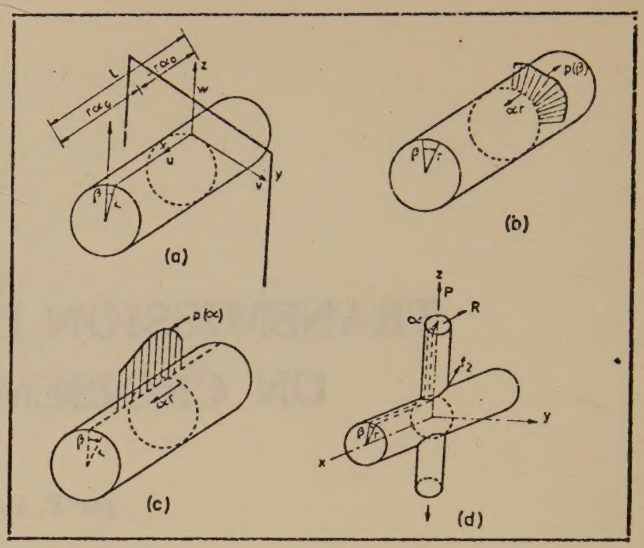


Fig. 2

Nous négligeons les termes dont l'ordre de z/r est supérieur à 2 qui sont à leur tour négligeables devant z^2/r^2. Les fonctions du champ de déplacement, d'après la méthode de Ritzovov, sont égales à :

$$u = \sum_{m,n=0,1,2,} (a_{mn}\sin M\alpha\cos n\beta + b_{mn}\sin M\alpha\sin n\beta - c_{mn}\cos M\alpha\cos n\beta - d_{mn}\cos M\alpha\sin n\beta)\, A_{mn}$$

$$v = \sum_{m,n=0,1,2,} (-a_{mn}\cos M\alpha\sin n\beta + b_{mn}\cos M\alpha\cos n\beta - c_{mn}\sin M\alpha\sin n\beta + d_{mn}\sin M\alpha\cos n\beta)\, B_{mn}$$

$$w = \sum_{m,n=0,1,2,} (a_{mn}\cos M\alpha\cos n\beta + b_{mn}\cos M\alpha\sin n\beta + c_{mn}\sin M\alpha\cos n\beta + d_{mn}\sin M\alpha\sin n\beta)\, D_{mn}$$

Suivant les modes de chargement, les coefficients a_{mn}, b_{mn}, c_{mn} et d_{mn} varient de la façon suivante :

si on charge la section de base (fig. 2*b*) sur la courbe $\beta_s = 0$, les coefficients seront égaux à :

$$a_{mn} = \frac{D_{mn}}{A'_{mn}}\int_{\alpha_i}^{\alpha_k} \cos M\alpha P(\alpha)d\alpha \quad (m = 1, 3, 5\ldots;\ n = 0, 1, 2\ldots)$$

$$a_{mn} = 0 \quad (m = 0, 2, 4\ldots;\ n = 0, 1, 2\ldots)$$

$$c_{mn} = \frac{D_{mn}}{C'_{mn}}\int_{\alpha_i}^{\alpha_k} \sin M\alpha P(\alpha)d\alpha \quad (m = 0, 2, 4\ldots;\ n = 0, 1, 2\ldots)$$

$$c_{mn} = b_{mn} = d_{mn} = 0 \quad m = 1, 3, 5\ldots;\ n = 0, 1, 2\ldots)$$

et pour une application de charge comme celle qui est représentée sur la figure 2*c*, on aura :

$$a_{mn} = \frac{D_{mn}}{A'_{mn}} \int_{\beta_i}^{\beta_k} \cos n\beta p(\beta) d\beta \qquad (m = 1, 3, 5...; n = 0, 1, 2...)$$

$$a_{mn} = 0 \qquad (m = 0, 2, 4...; n = 0, 1, 2...)$$

$$b_{mn} = \frac{D_{mn}}{B'_{mn}} \int_{\beta_i}^{\beta_k} \sin n\beta p(\beta) d\beta \qquad (m = 1, 3, 5...; n = 0, 1, 2...)$$

$$b_{mn} = c_{mn} = d_{mn} = 0 \qquad (m = 0, 2, 4...; n = 0, 1, 2...)$$

Les forces agissant à l'intersection des deux tubes croisés interviennent suivant une ellipse gauche et les paramètres de la série de Fourrier pour ce croisement de tubes pourront être obtenus par la combinaison de ces deux cas de chargement.

Nous négligeons l'influence des forces de cisaillement issues de la distribution des forces normales dans les tubes soudés et, en ne considérant que la charge axiale du tube soudé, nous étudierons les conditions d'équilibre d'un tel système et la valeur des forces maximales sur la courbe d'intersection.

Les diamètres des deux tubes sont R et r, et dans le cas particulier considéré dans cette étude, nous examinerons les relations obtenues pour $R = r$. Pour écrire les équations d'équilibre d'un tel système, nous supposons un élément cylindrique (fig. 3). Les forces massiques sont égales à 0 d'où div $\sigma = 0$, et nous avons :

$$\frac{\partial N_z}{\partial z} dz\,(R\,d\varphi) + \frac{\partial N_{\varphi z}}{\partial \varphi} d\varphi\, dz = 0$$

$$\frac{\partial N_{z\varphi}}{\partial z} dz\,(R\,d\varphi) + \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} d\varphi\, dz = 0$$

$$N_\varphi\, d\varphi\, dz = 0$$

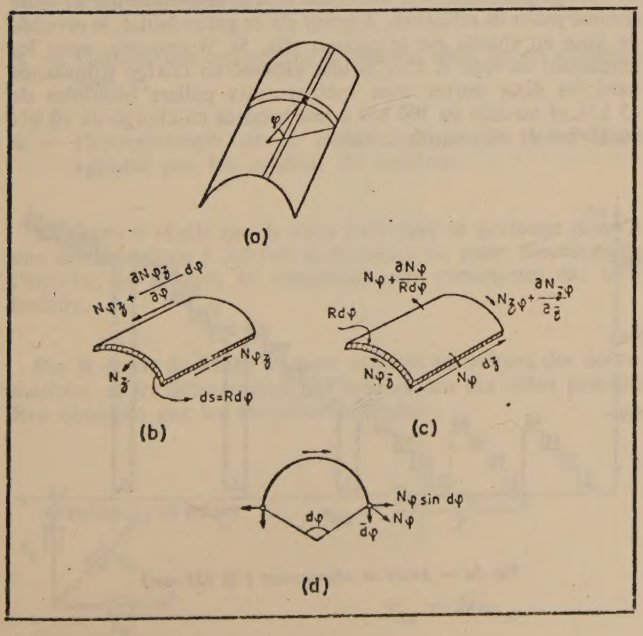


Fig. 3

La résolution de ces équations d'équilibre pour les conditions limites $N_z = \frac{P}{2\pi R}$, $U = cte$, $U = \overline{U}(\varphi)$ à l'intervalle (L) où il y a l'influence du nœud d'assemblage, sera :

$$Z_s = r\sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2 \sin^2\varphi}$$

Z_s représente la coordonnée de l'intersection Γ_2 pour $R = r$, $Z_s = r\cos\varphi$ et N_z est égal à :

$$N_z = -\frac{2(L-Z)}{(L-Z_s)^2}\left[[\overline{U}(\varphi) - K]\,EH + \frac{P}{2\pi R}(L - Z_s)\right] + \frac{P}{2\pi R}$$

Cette équation représente les forces normales sur l'unité de surface dans le tube soudé. Pour calculer $\overline{N}_z(\varphi)$ il faudrait calculer le coefficient Z_{mn} pour toutes les combinaisons m, n. En faisant un calcul approximatif, la valeur maximale des forces normales serait égale à :

$$\overline{N}_z(\varphi) = 2{,}7\ \frac{P}{2\pi R}$$

$\overline{N}_z(\varphi)$ représente la valeur maximale des forces sur l'unité de courbure de l'intersection des tubes (fig. 2*d*), autrement dit, c'est la valeur de la contrainte à l'intersection des tubes.

3. — PRÉSENTATION DES ESSAIS

3,1. — Appareillage d'essai

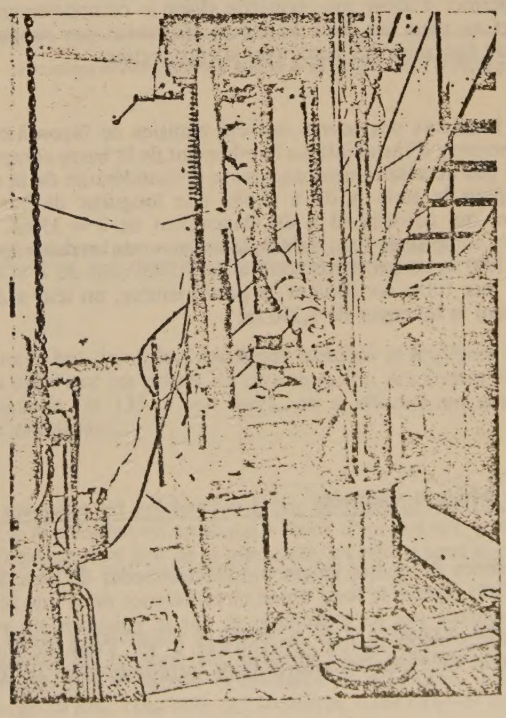


Fig. 4

La figure 4 représente le schéma du dispositif d'essai. La maquette comporte aux extrémités des deux éléments de tubes rapportés un manchon d'extrémité s'emboîtant dans le diamètre intérieur et lié au tube par une soudure bout à bout. Ces manchons laissent passer des tiges de traction qui sont en acier mi-dur (A 80) à queue conique.

Ces tiges, placées dans les mâchoires de la presse de la machine de traction d'Amsler de 100 kN, permettent d'introduire les efforts de traction dans ce tube suivant l'axe vertical. Ce système est conçu afin d'éviter les sujétions d'attaches aux extrémités des tubes. De même, une tige d'ancrage traversant le tube continu permet d'introduire la compression par l'intermédiaire des manchons sphériques. A l'une des extrémités se trouve le vérin annulaire et à l'autre un dynamomètre, tous deux étant maintenus aux extrémités par les écrous de blocage.

Afin d'éviter des moments parasites provoqués par le poids des pièces qui ne se trouvent pas dans l'axe du tube tendu (poids propre du tube comprimé négligé), on a placé des contrepoids aux deux extrémités de la barre comprimée.

3,2. — Éprouvettes d'essai

Les différents modèles des éprouvettes d'essai sont représentés sur la figure 1 :

Série A (⌀ 133, $e = 4$ mm)	n° 1	$\alpha = 90°$
	n° 2	$\alpha = 60°$
	n° 3	$\alpha = 45°$
	n° 4	$\alpha = 30°$
Série B (⌀ 76,1, $e = 3{,}25$ mm)	n° 1	$\alpha = 90°$
	n° 2	$\alpha = 60°$
	n° 3	$\alpha = 45°$
	n° 4	$\alpha = 30°$

Les axes des deux éléments sont théoriquement concourants. Ceci permet d'avoir une symétrie dans le comportement par rapport au plan des deux barres et également par rapport au point de concours des deux axes d'éprouvettes.

Les longueurs des barres ont été choisies de façon à ce que le phénomène d'instabilité au flambement de la barre comprimée ne soit pas nécessairement une cause prépondérante de la ruine. Ainsi pour la série A on a choisi une longueur de barre de 1,350 m qui correspond à un élancement de $\lambda = 35{,}64$. Pour les tubes comprimés de la série B, la longueur de barre comprimée est de 1,00 m ce qui correspond à un élancement de $\lambda = 45{,}63$. Quant aux tubes constituant la partie tendue, on leur a donné également la longueur de 1,350 m.

3,3. — Mesures effectuées

Des séries de quatre jauges unidirectionnelles de base 5 mm (type PL5) placées le long d'une circonférence dans une section non perturbée par les extrémités et par le voisinage du nœud, et orientées selon quatre génératrices à 90° l'une de l'autre, permettent de noter les efforts réels introduits dans les tubes.

Sur ces génératrices on a placé des files de trois billes collées, distantes les unes des autres de 200 mm. Par extensométrie mécanique on a mesuré des allongements partiels sur cette base de 200 mm.

Ces jauges et billes permettent de comparer les allongements et les raccourcissements relatifs à la traction et à la compression et également de noter une éventuelle dissymétrie dans la répartition des efforts de chaque côté d'une même barre. Des mesures de contrôle sur une base étalon en invar permettent de tenir compte des variations successives de l'échelle au cours d'une même campagne de mesures.

3,4. — Caractéristiques mécaniques de l'acier

Afin de déterminer la limite élastique de l'acier utilisé pour l'assemblage tubulaire que l'on a effectué, une série de mesures des limites élastiques, tant en traction qu'en compression, a été exécutée.

Les résultats de ces essais sont rassemblés dans le tableau I. Pour obtenir la limite élastique, comme le précisent les normes et règlements français, on a pris la limite élastique à 0,02 % d'allongement rémanent.

TABLEAU I

Nuance d'acier	Section A mm²	Limite élastique daN/mm²	
		Traction	Compression
⌀ 133 1	1 575	45,6 à 45,9	46,9 à 47,3
⌀ 133 2	1 539-1 575	44,6 à 46,2	48,4 à 47,3
⌀ 133 3	1 593-1 629	41,8 à 45,6	41,8 à 45,6
⌀ 76 1	739-752	22,8 à 26,5	25,1 à 28
⌀ 76 2	764	21,7 à 23,5	22,9 à 24

3,5. — Procédure de mise en charge

Afin de maintenir la maquette en position, une première mise en charge de 5 kN a été effectuée et est conservée par la suite comme palier de référence. A partir de ce palier initial, le procédé de mise en charge est le suivant (fig. 5). Il consiste, pour les maquettes de type A (*5a*), à une montée en charge simultanée dans les deux barres avec mesures aux paliers multiples de 25 kN, et au-delà de 300 kN à une montée en charge de 10 kN en 10 kN et ce jusqu'à la ruine.

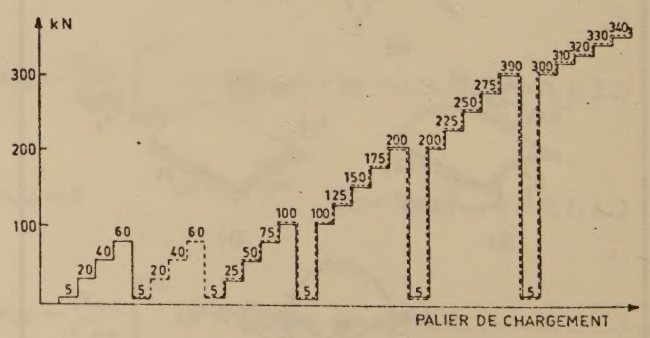


Fig. 5a — Mode de chargement (⌀ 133 mm)

Pour les maquettes de type B le processus est identique (fig. 5*b*) mais l'échelonnement des paliers est de 20 kN d'abord, et au-delà de 100 kN la montée en charge est de 10 ou 15 kN selon l'évolution des plastifications.

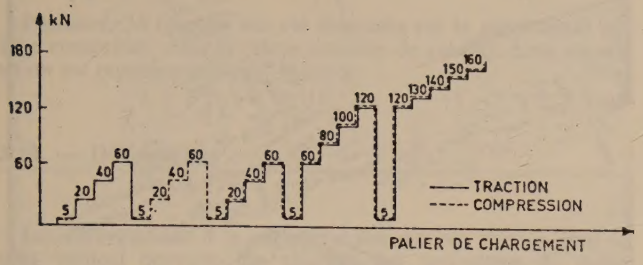


Fig. 5b — Mode de chargement (Ø 76,1 mm)

3,6. — Analyse des contraintes locales

Pour la maquette (Ø 76,1, $\alpha = 45°$) on détermine les zones d'influence du nœud et les déformations des génératrices ainsi que le calcul des contraintes correspondantes.

Pour calculer les contraintes, on adopte les hypothèses suivantes :

— les lignes des contraintes sont dirigées suivant la génératrice étudiée;

— ces lignes correspondent à la première contrainte principale, la deuxième contrainte principale étant nulle.

Autrement dit, on suppose un état de contrainte unidirectionnelle dirigé suivant les génératrices du tube. Les résultats obtenus par des jauges unidirectionnelles placées sur les génératrices sont reportés sur la figure 6. Aux extrémités des tubes, les valeurs des contraintes se calculent d'après la formule fondamentale : $\sigma = E \cdot \varepsilon$ et à l'intersection des deux tubes, il y a une influence du nœud sur les tubes. Cela s'explique en partie par :

1. — l'effet du soudage qui engendre les contraintes résiduelles;

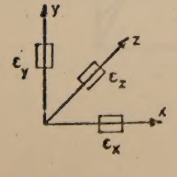
2. — le refroidissement non uniforme de l'assemblage;

3. — l'anisotropie qui affecte le matériel dans un ou plusieurs sens, et

4. — l'accroissement de la rigidité propre de l'assemblage apporté par les cordons de soudure.

La figure 6 révèle que la zone perturbée se prolonge jusqu'à une distance égale à 2,5 fois le diamètre du point théorique de l'attache, et au-delà la répartition des contraintes est bien linéaire.

Par le cercle de Mohr on peut calculer les valeurs des déformations, et les déformations à l'intersection des tubes peuvent être obtenues par les formules suivantes :



$$\varepsilon_{xy} = \frac{2\varepsilon_z - \varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}$$

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$$

Déformations principales :

$$\varepsilon_1 = 1/2\ (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + 1/2\ \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (2\varepsilon_z - \varepsilon_x - \varepsilon_y)^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1/2\ (\varepsilon_x + \varepsilon_y) - 1/2\ \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (2\varepsilon_z - \varepsilon_x - \varepsilon_y)^2}$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\varepsilon_z - \varepsilon_x - \varepsilon_y}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}$$

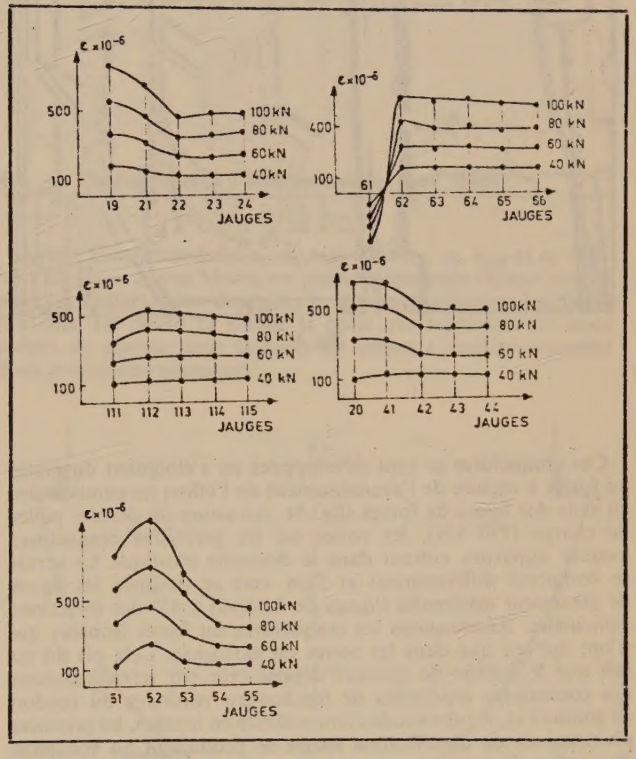


Fig. 6 — Variations de déformation le long de la génératrice A_3 (Ø 76,1 ; $\alpha = 45°$)

3,7. — Analyse par vernis craquelant sur l'essai A_1

Dans le but de repérer les lignes isobares et les lignes isostatiques ainsi que les points de concentration des contraintes sur la maquette (Ø 133, $e = 4$ mm), on a effectué un essai par vernis craquelant.

La maquette est préchauffée à une température de l'ordre de 60° et le revêtement est appliqué à l'aide d'un pistolet, puis après un refroidissement lent de la maquette, les efforts sont appliqués.

La figure 7 représente le montage de la maquette. On y voit la longueur de la zone sur laquelle on a appliqué le vernis craquelant. Les premières craquelures se produisent au palier de charge 50 kN. Tout près des soudures, dans l'axe de traction, ce sont des zones en extension.

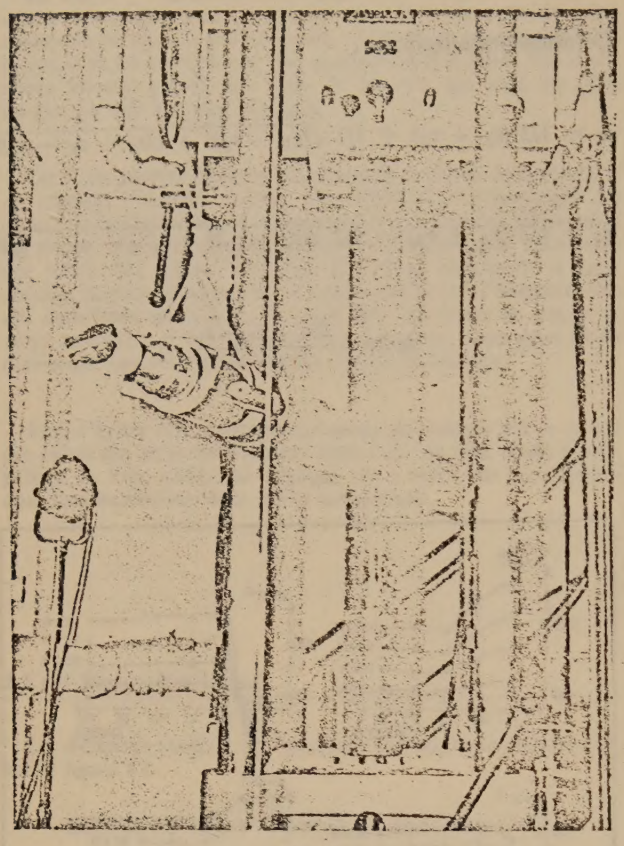


Fig. 7

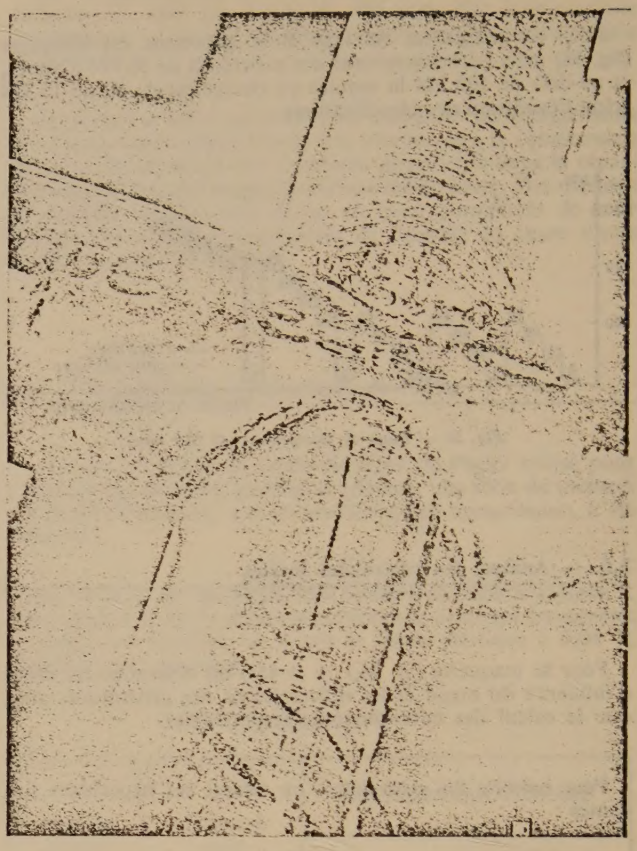


Fig. 8

Ces craquelures se sont développées en s'éloignant du nœud au fur et à mesure de l'accroissement de l'effort perpendiculaire au sens des lignes de forces (fig. 8). Au cours du dernier palier de charge (170 kN), les zones où les premières craquelures avaient apparues entrent dans le domaine plastique. Le vernis se comporte différemment et l'on voit se dessiner les lignes de glissement maximales (lignes de Lüders) à 45° des directions principales. Remarquons les craquelures ou lignes isobares qui n'ont apparu que dans les zones en extension. Cela est dû au fait que le cordon de soudure déposé crée par refroidissement des contraintes résiduelles de tension au voisinage du cordon de soudure et, le tube soudé étant sollicité en tension, les premiers phénomènes de plastification locale se produisent au voisinage du cordon de soudure.

3,8. — Analyse des contraintes - Essai A_1

Les problèmes étudiés sur cet essai sont les suivants :

a) la détermination des charges qui provoquent la plastification à l'intersection du tube et la vérification de la formule théorique $\left(\max \overline{N}_z(\varphi) = 2{,}7 \dfrac{P}{2\pi R}\right)$;

b) la détermination des lignes de force (par les directions des contraintes principales);

c) la détermination des lignes isostatiques ainsi que des lignes isobares.

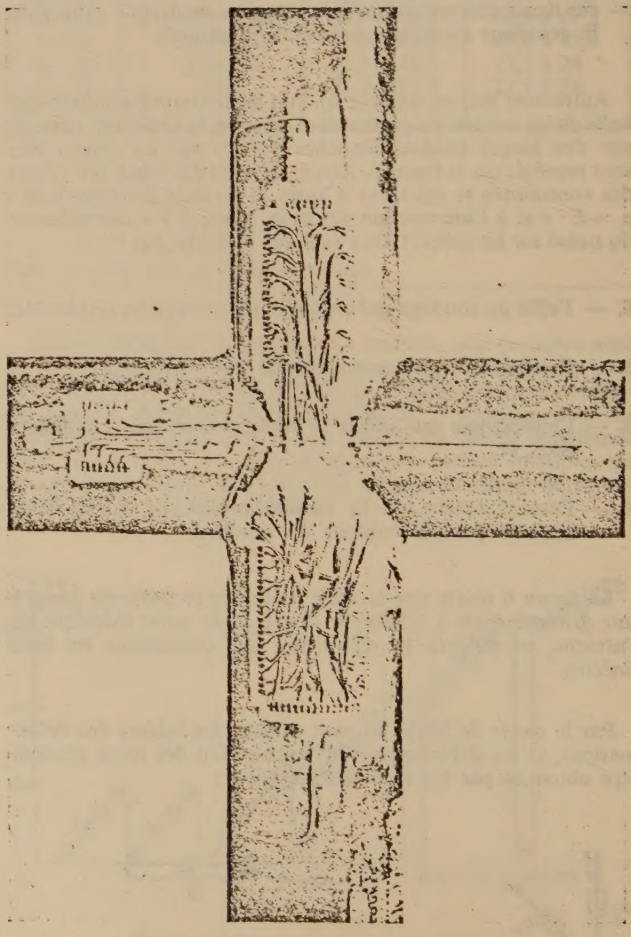


Fig. 9

3,9. — Disposition des jauges

Une douzaine de jauges unidirectionnelles a été déposée sur des génératrices orthogonales au plan tangent à la face avant et sur les génératrices des tubes.

En outre, 34 rosettes ont été disposées sur la paroi avant du tube comprimé, dans la partie centrale de celui-ci. Leur disposition est représentée sur la figure 9.

3,10. — Déformations

Les déformations à la périphérie des sections droites dans le sens vertical donnent des courbes qui permettent de noter l'influence de la traction sur la paroi du tube comprimé. En traçant les courbes d'égale déformation, on trouve la carte d'isodéformation.

4. — CONCENTRATION DES CONTRAINTES ET COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUE

L'analyse des diagrammes de déformation pour les différents paliers de charge observés permet de retrouver l'ensemble des zones déterminées lors de l'essai au vernis craquelant qui subissent de forte concentration de contraintes plus élevées. Ce sont en particulier des zones situées au voisinage et le long du cordon de soudure.

Il convient de signaler qu'au cours de l'essai au vernis craquelant on a appliqué des efforts de traction et de compression de 170 kN, ce qui a entraîné la plastification de quelques points à l'intersection de la maquette. Le déchargement s'étant ensuite effectué élastiquement, ces points ont localement conservé leurs déformations rémanentes, qui ne sont pas négligeables (fig. 10).

La distribution des charges maximales et les plastifications locales concordent bien avec les résultats des essais au vernis craquelant. Sur la figure 11, on a représenté les lignes d'isodéformation à l'intersection de deux tubes.

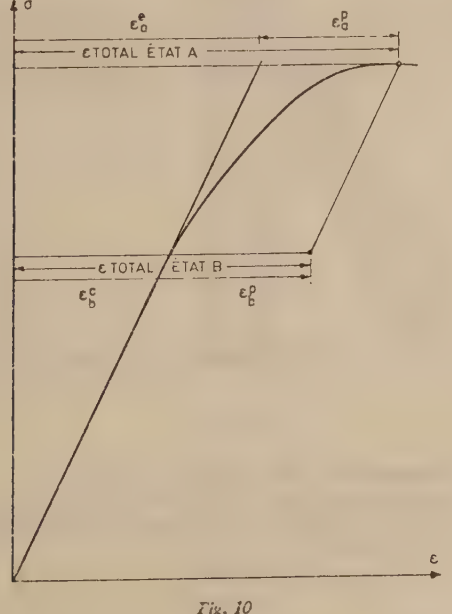


Fig. 10

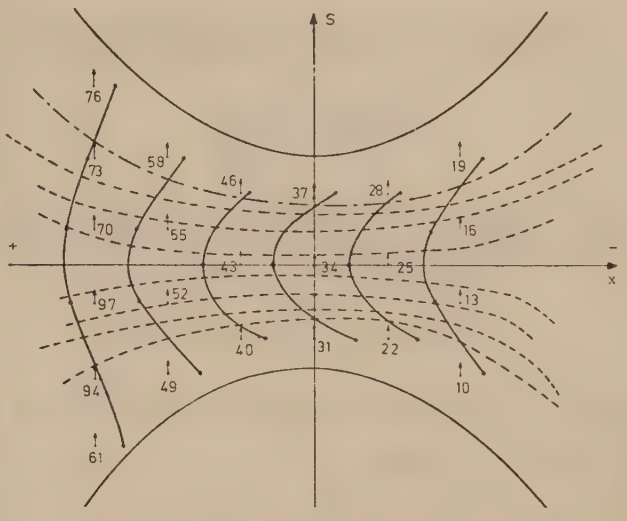


Fig. 11 — Essai A ($\alpha = 90°$; ∅ 133) palier 50 kN

4,1. — Plastification à l'intersection de deux tubes

Ayant les déformations ε_x, ε_y, ε_{xy} d'où σ_x, σ_y, σ_{xy} et en utilisant le critère de von Mises, on peut obtenir pour chaque rosette placée à l'intersection des tubes la charge provoquant les plastifications. La figure 12 donne la carte qui représente les deux paliers de charge pour lesquels les points considérés rentrent dans le domaine plastique.

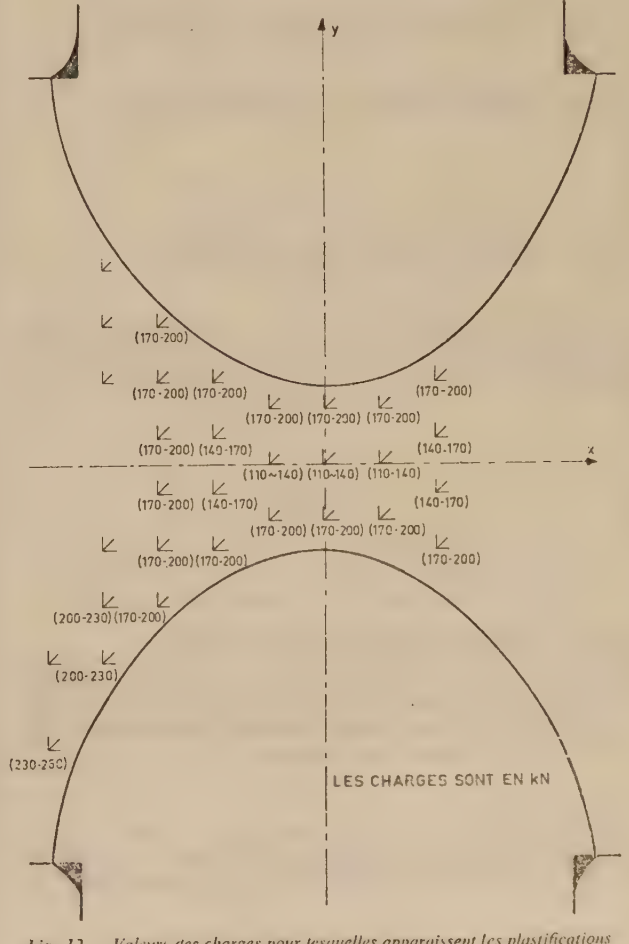


Fig. 12 — Valeurs des charges pour lesquelles apparaissent les plastifications

4.2. — Vérification de la formule théorique

On a vu que la valeur des contraintes maximales à l'intersection du tube est 2,7 fois plus grande qu'en section courante :

$$\max \overline{N}_z(\varphi) = 2{,}7\,\frac{P}{2\pi R}$$

Les contraintes équivalentes données par le critère de von Mises pour les jauges situées à l'intersection du tube sur l'axe pour le palier 110 kN sont :

$$\sigma_{34} = 40{,}75, \qquad \sigma_{43} = 36{,}1, \qquad \sigma_{25} = 39{,}78$$

Jauge n°	σ_x daN/mm²	σ_y	σ_{xy}
34	— 38	— 43	— 1
43	— 34	— 38	— 1
25	— 37	— 42	— 1

La valeur des contraintes pour le même palier de charge 110 kN donnée par les jauges situées dans la section courante est alors :

$$\sigma_m = 14{,}35 \text{ daN/mm}^2$$

On voit que les rapports entre ces contraintes sont :

$$\frac{\sigma_{34}}{\sigma_m} = 2{,}83, \qquad \frac{\sigma_{43}}{\sigma_m} = 2{,}51, \qquad \frac{\sigma_{25}}{\sigma_m} = 2{,}77$$

ce qui confirme la validité de la formule théorique.

4.3. — Coefficient d'utilisation de l'assemblage

Pour déterminer le coefficient d'utilisation d'un tel assemblage, on étudie le rapport entre les contraintes correspondant aux charges d'affaissement de l'assemblage et la limite élastique de l'acier :

$$\mu = \frac{P_f}{A\sigma_e}$$

4,4. — Critère de ruine - Observations générales

Pour les essais d'assemblages tubulaires, la ruine s'est manifestée sous trois formes bien distinctes :

1) par rupture du cordon de soudure des maquettes A_1, A_2 et A_3, puis par la suite par déchirure de l'acier du tube tendu, après apparition d'une grande déformation plastique (fig. 13);

Fig. 13

2) par ovalisation excessive du tube comprimé de la maquette A_4, mais dans ce cas la ruine n'entraîne pas la rupture du cordon de soudure et ce grâce à la grande surface de contact, correspondant à une grande longueur du cordon de soudure (fig. 14);

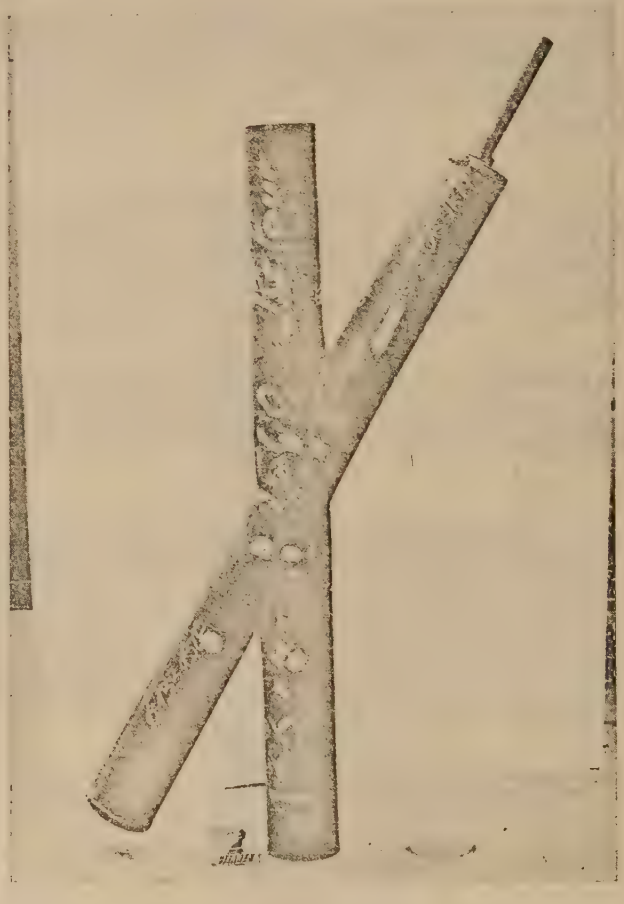


Fig. 14

3) par flambement du tube comprimé (série B) (fig. 15). Ces tubes étant constitués à partir de feuillards de tôle pliée soudés par rapprochement et finis à chaud, ont une limite élastique de l'ordre de 24 daN/mm².

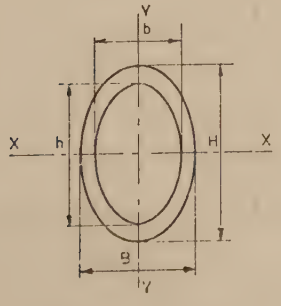
Fig. 15

Les cordons de soudure étaient suffisants. Les assemblages de cette série **périront par flambement** hors du plan de la barre comprimée, après formation d'une **rotule plastique** dans l'une des deux sections dangereuses proches du nœud à l'aplomb du tube tendu. La raison du flambement est la suivante : sous l'effet des efforts de traction opposés des éléments tendus, on a une ovalisation dans la partie centrale de l'assemblage, ce qui entraîne l'ovalisation des sections comprimées du tube au voisinage de l'intersection.

On a observé au cours de ces essais une **ovalisation** de l'ordre de 1/10e du diamètre moyen du tube, ce qui a occasionné une diminution de la section du plan de l'assemblage, et il se produit une **rotule plastique** accompagnée d'un flambement. Cette **variation de l'inertie** est égale à :

Moment d'inertie (tube rond) :

$$I = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$



Moment d'inertie (tube ovale) :

$$I_x = \frac{\pi}{64} (BH^3 - bh^3)$$

$$I_y = \frac{\pi}{64} (HB^3 - hb^3)$$

d'où pour une ovalisation de 10 % on obtiendra :

$$I_x = 1{,}2\, I, \qquad I_y = 0{,}8\, I$$

Cette variation d'inertie produit le flambement.

4,5. — Résultats des essais

Pour chaque maquette d'assemblage de tubes, on détermine le coefficient d'utilisation :

$$\mu = \frac{P_r}{A\sigma_e}$$

où :

P_r représente la charge de ruine de l'assemblage définie par le critère de ruine, et

A, σ_e la section et la limite élastique du tube qui s'est ruiné.

La récapitulation des résultats d'essais et le coefficient d'utilisation sont résumés dans le tableau II. (page 48)

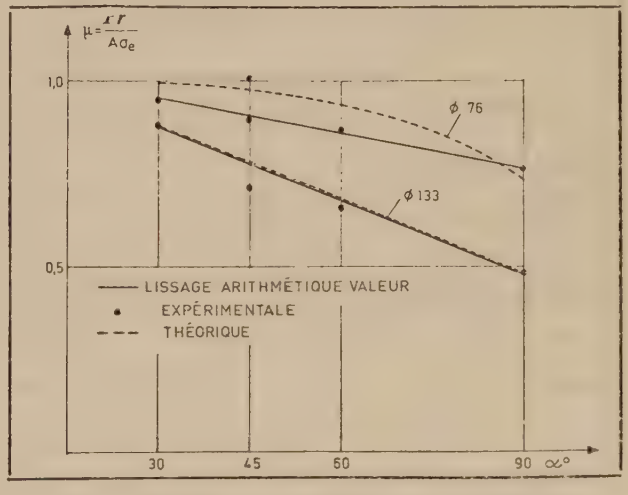


Fig. 16 — Diagramme de variation du coefficient μ selon l'angle α

En traçant le diagramme de variation du coefficient μ en fonction de l'angle α, on trouve une fonction quasi linéaire (fig. 16). Le lissage des points expérimentaux par la méthode des moindres carrés donne les équations de ces droites :

$$\mu = b\alpha + a$$

$$a = \frac{[\Sigma(\alpha^2)][\Sigma\mu] - [\Sigma\alpha][\Sigma(\alpha\mu)]}{n.\ [\Sigma(\alpha^2)] - [\Sigma\alpha]^2}$$

$$b = \frac{n[\Sigma(\alpha\mu)] - [\Sigma\alpha][\Sigma\mu]}{n[\Sigma(\alpha)^2] - [\Sigma\alpha]^2}$$

⌀ 133			
α	α^2	μ_{ex}	$\alpha\mu_{ex}$
30	900	0,88	26,4
45	2 025	0,78	35,1
60	3 600	0,66	39,6
90	8 100	0,48	43,2
$\Sigma = 225$	14 625	2,80	144,3

⌀ 76			
α	α^2	μ_{ex}	$\alpha\mu_{ex}$
30	900	0,95	28,5
45	2 025	0,90	40,5
60	3 600	0,87	52,2
90	8 100	0,76	68,4
$\Sigma = 225$	14 625	3,48	189,6

d'où pour ⌀ 133 on trouve : $a = 1{,}077$, $b = -0{,}006705$

pour ⌀ 76,1 on trouve : $a = 1{,}045$, $b = -0{,}00312$

donc les équations obtenues par lissage arithmétique sont :

— pour ⌀ 133 : $\mu = \dfrac{P_r}{A\sigma_e} = -0{,}0067\alpha + 1{,}077$

— pour ⌀ 76,1 : $\mu = \dfrac{P_r}{A\sigma_e} = -0{,}00312\alpha + 1{,}045$

On en déduit donc :

α	90	60	45	30
μ (⌀ 133)	0,47	0,68	0,78	0,88
μ (⌀ 76)	0,76	0,86	0,90	0,95

TABLEAU II — *Résultats d'essais et coefficient d'utilisation*

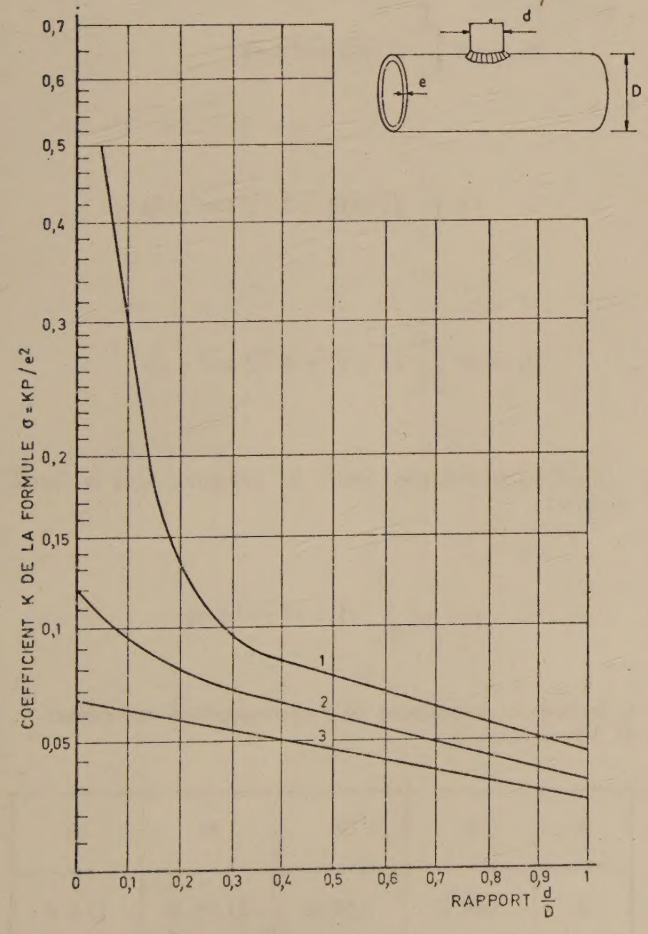
⌀ mm	133				76,1			
α degrés	90°	60°	45°	30°	90°	60°	45°	30°
Numéro de maquette	A_1	A_2	A_3	A_4	B_1	B_2	B_3	B_4
Nuance du tube :								
tendu	2	2	1	1	2	2	1	1
comprimé	3	3	3	3	2	2	1	1
P_r charge à la ruine (kN)	340	490	520-570	660	140	160	170	180
Mode de rupture	par rupture de soudure			ovalisation barre comprimée	par flambement de barre comprimée			
Contrainte moyenne à la ruine :								
tube tendu	21,6	31,1	33	41,9	18,3	20,9	22,8	23,9
tube comprimé	21,2	30,8	32,6	41,4	18,3	20,9	22,8	23,9
Contrainte expérimentale (jauges) :								
tube tendu	—	31,7	33,5	43,1	18,3	20,3	—	23,8
tube comprimé	—	38,4	30,8	39,9	17,0	18,8	—	22,9
$\mu = \dfrac{P_r}{A\sigma_e}$	0,48	0,66	0,71 0,78	0,88	0,76	0,87	0,90	0,95

Il en résulte que lorsque l'angle de l'assemblage diminue, la charge admissible diminue également. La variation μ par rapport à α est linéaire. La variation μ est proportionnelle à la surface de cisaillement d'assemblage où les efforts appliqués sont distribués. Les maquettes $\alpha = 90°$ ont une grande raideur et de ce fait l'intersection du tube ne se plastifie pas totalement ($\mu = 0{,}76$ pour B_1 et $\mu = 0{,}48$ pour A_1). Par contre, les maquettes de 30°, grâce à la grande longueur de la surface de contact (surface de cisaillement), arrivent à une plastification totale ($\mu = 0{,}95$ pour B_4 et $\mu = 0{,}88$ pour A_3). Le comportement des maquettes ($\alpha = 45°$ et $\alpha = 60°$) est intermédiaire entre ces deux cas. Remarquons que pour la série A (⌀ 133) on a utilisé des tubes sans soudure ($\sigma_e = 46$) et la ruine s'est produite par rupture dans la zone du cordon de soudure, il est donc probable qu'il y ait insuffisance du cordon de soudure. Mais pour la série B (⌀ 76) on a utilisé des tubes soudés ($\sigma_e = 24$), les cordons de soudure sont suffisants et les assemblages de cette série périront par flambement de la barre comprimée.

4,6. — Comparaison des coefficients obtenus avec le calcul pratique

En pratique, pour calculer un assemblage tubulaire, on utilise la formule suivante :

$$\sigma = K \frac{P}{e^2}$$



Dans l'abaque, nous avons :

K est un coefficient empirique en fonction de : $\frac{d}{D}$ et $\frac{e}{D}$

D représente le diamètre du tube principal et

e son épaisseur

d est le diamètre du tube secondaire soudé sur le tube principal ou la largeur du gousset soudé sur le tube D

σ la contrainte dans le tube principal au ras de l'assemblage.

Compte tenu des formules précédentes et des essais en cours, K semble pouvoir être donné par le graphique ci-dessus :

— courbe 1 pour $\frac{e}{D} = \frac{2}{100}$

— courbe 2 pour $\frac{e}{D} = \frac{4}{100}$

— courbe 3 pour $\frac{e}{D} = \frac{7}{100}$

Pour A_1 (⌀ 133) $\frac{e}{D} = \frac{4}{133} = 0{,}03$ correspond à $K = 0{,}039$

Pour B_1 (⌀ 76) $\frac{e}{D} = \frac{3{,}2}{76{,}1} \neq 0{,}04$ correspond à $K = 0{,}032$

Pour ⌀ 133 $\mu = \frac{\sigma}{\sigma_e} = 0{,}55$

Pour ⌀ 76,1 $\mu = \frac{\sigma}{\sigma_e} = 0{,}55$

Les coefficients obtenus en fonction des résultats d'essais ont varié pour ⌀ 133 de 0,48 à 0,88 et pour ⌀ 76,1 de 0,76 à 0,95 (fig. 17).

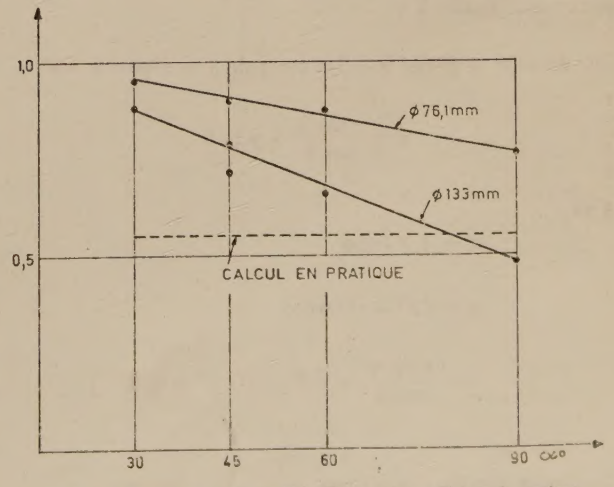


Fig. 17 — Comparaison du coefficient μ avec le coefficient de pratique

4,7. — Calcul de la surface de cisaillement

Afin de vérifier les résultats expérimentaux qui ont été exposés dans les paragraphes précédents, nous avons calculé la surface de cisaillement située à l'intersection des deux tubes. Nous avons ensuite supposé que l'assemblage périssait par cisaillement selon une contrainte ultime de cisaillement égale à $\frac{\sigma_e}{\sqrt{3}}$.

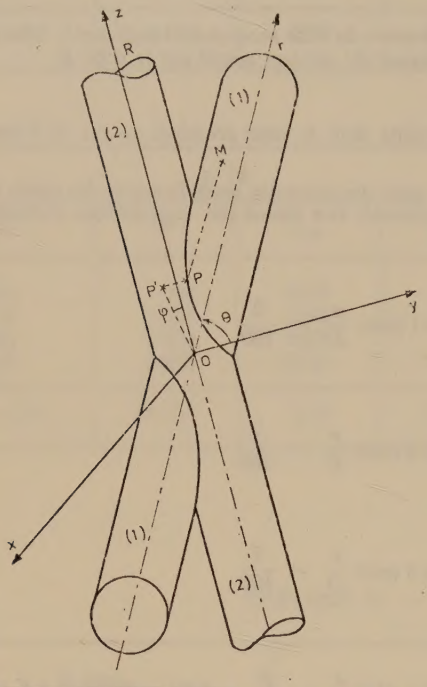


Fig. 18

Pour calculer la surface d'intersection de ces cylindres, nous supposons un système de coordonnées 0, x, y, z (fig. 18). Les équations du cylindre 1 dans ce système de coordonnées s'écrivent :

$$\left.\begin{aligned} x^2 + (z\cos\theta - y\sin\theta)^2 &= r^2 \\ z\cos\theta - y\sin\theta &= r\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Les équations correspondant au cylindre 2 sont :

$$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 &= R^2 \\ z &= z \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Nous en déduisons les équations de l'intersection de ces deux tubes égales à :

$$R^2 - y^2 + y^2\sin^2\theta - 2yz\cos\theta\sin\theta + z^2\cos^2\theta = r^2$$

$$z = \frac{r\sin\varphi}{\cos\theta} + y\,\mathrm{tg}\,\theta$$

d'où :

$$x = +\,r\cos\varphi$$

$$y = \sqrt{R^2 - r^2\cos^2\varphi}$$

$$z = \frac{r\sin\varphi}{\cos\theta} + \sqrt{R^2 - r^2\cos^2\varphi}\,\mathrm{tg}\,\theta$$

Posons $R = r$, nous obtenons :

$$x = r\cos\varphi$$

$$y = \sin\varphi$$

$$z = r\sin\varphi\left(\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}\right)$$

Selon la variation 0 (0, 30, 45, 60) qui correspond à α (90, 60, 45, 30), nous avons :

	$\theta = 0$	$\theta = 30$	$\theta = 45$	$\theta = 60$
x	$r\cos\varphi$	$r\cos\varphi$	$r\cos\varphi$	$r\cos\varphi$
y	$r\sin\varphi$	$r\sin\varphi$	$r\sin\varphi$	$r\sin\varphi$
z	$r\sin\varphi$	$r\sqrt{3}\sin\varphi$	$r(\sqrt{2}+1)\sin\varphi$	$2+\sqrt{3}\sin\varphi$

La longueur de chaque courbe est égale à :

$$I = 4R\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}\,d\varphi$$

$$I_1 = 4R\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+\cos^2\varphi}\,d\varphi$$

$$I_2 = 4R\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+3\cos^2\varphi}\,d\varphi$$

$$I_3 = 4R\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+(3+2\sqrt{2})\cos^2\varphi}\,d\varphi$$

$$I_4 = 4R\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+(7+4\sqrt{3})\cos^2\varphi}\,d\varphi$$

On pourrait présenter toutes les intégrales sous la forme suivante :

$$I = 4R\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+a^2\cos^2\varphi}\,d\varphi$$

et les valeurs numériques de I correspondant aux valeurs de θ sont égales à :

θ	0	30	45	60
I	7,64 R	9,68 R	11,96 R	13,6 R